

Явления переноса

Лекция 9.

2019

Подвижность носителей заряда

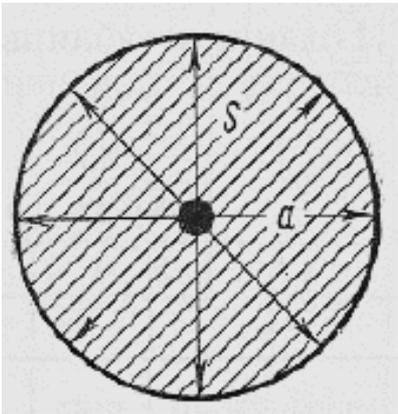
$$b = \frac{e\tau}{m} = \frac{e}{m} \frac{\langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle}$$

$$b \sim \frac{\langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle}$$

Среднее количество соударений до изменения направления $\langle v \rangle$, средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle$, средняя скорость $\langle v \rangle$.

Зависимость подвижности зарядов от температуры. Область высоких температур

- В этой области температур основное значение имеет рассеяние носителей зарядов на тепловых колебаниях решётки (на фононах). Пусть амплитуда колебаний равна a . Площадь сечения сферы колебаний атома $S = \pi a^2$. Эту площадь принимаем за сечение рассеяния колеблющегося атома. Вероятность попадания в диск пропорциональна S .



$$\lambda \sim \frac{1}{S} \sim \frac{1}{a^2} \quad E \sim a^2$$

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

$$E \sim T \rightarrow \lambda \sim \frac{1}{T}$$

При высоких температурах фононы имеют большие импульсы и при первом же столкновении скорость электронов радикально меняется: они теряют скорость в первоначальном направлении. Поэтому количество столкновений $\nu = 1$.

Невырожденный газ

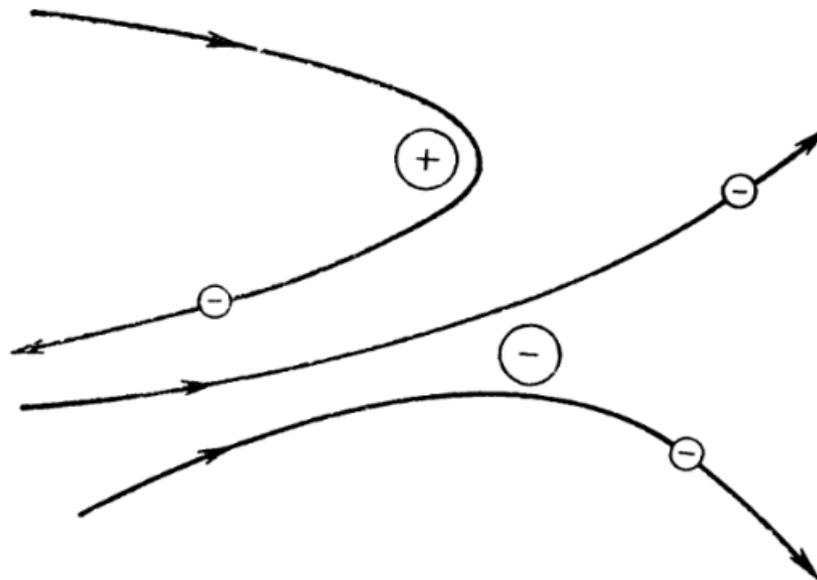
$$b \sim \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle} \sim \frac{T^{-1}}{T^{1/2}} \sim T^{-3/2},$$

Вырожденный газ

$$b \sim \frac{\lambda_F}{v_F} \sim \frac{T^{-1}}{\text{const}} \sim T^{-1}.$$

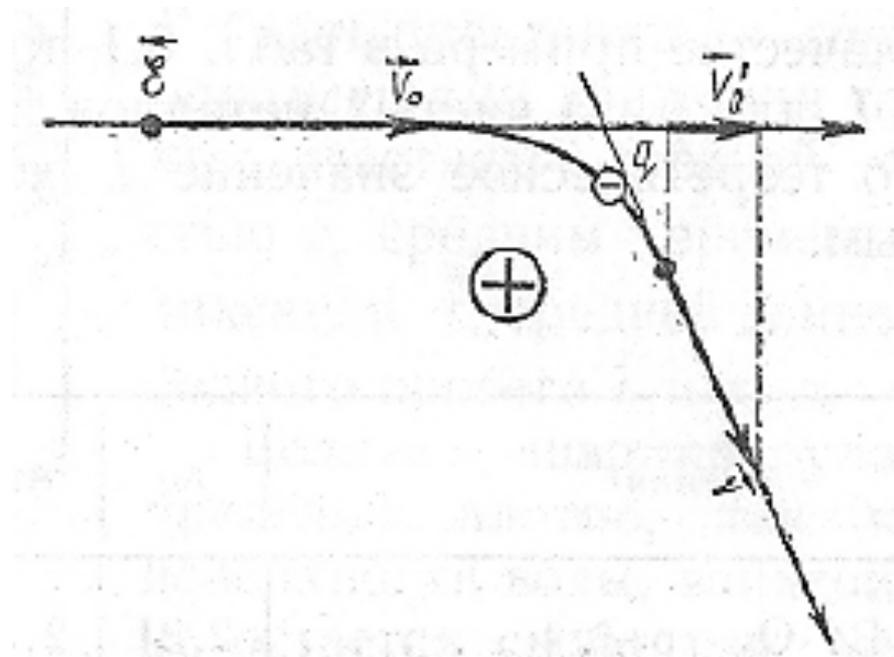
В области высоких температур ($T \gg \Theta$) основное значение имеет рассеяние на фононах. Подвижность невырожденного газа электронов и дырок пропорциональна $T^{-3/2}$, а подвижность вырожденного газа пропорциональна T^{-1} .

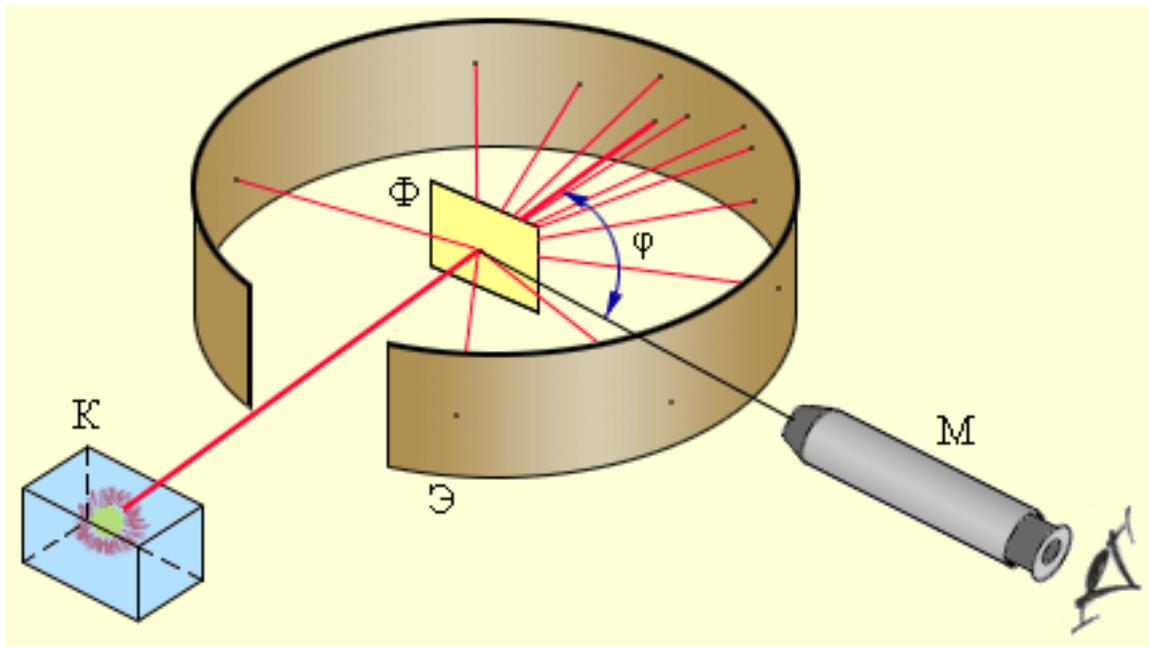
Рассеяние носителей заряда на ионах примесных атомов.



Зависимость подвижности зарядов от температуры. Область низких температур

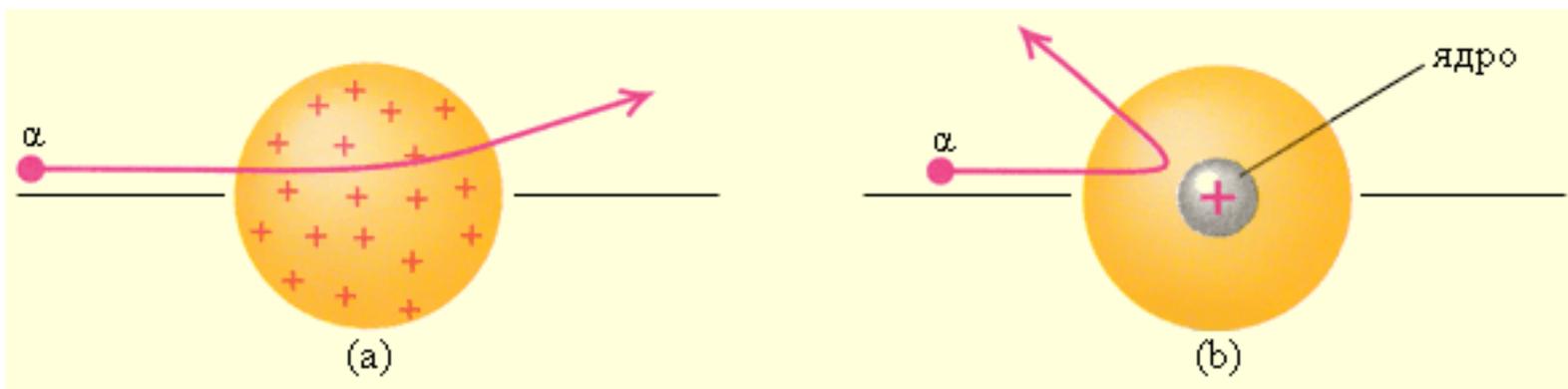
- В этой области основное значение имеет рассеяние на ионизированных примесных атомах. Рассеяние состоит в том, что ионы примеси отклоняют электроны от первоначального направления и тем самым уменьшают составляющую скорости в первоначальном направлении.





Эрнест Резерфорд (англ. Ernest Rutherford; 30 августа 1871, Спринг Грив — 19 октября 1937, Кембридж) — британский физик новозеландского происхождения.





Резерфорд решил задачу о рассеянии альфа-частиц на ядрах атомов и получил формулу

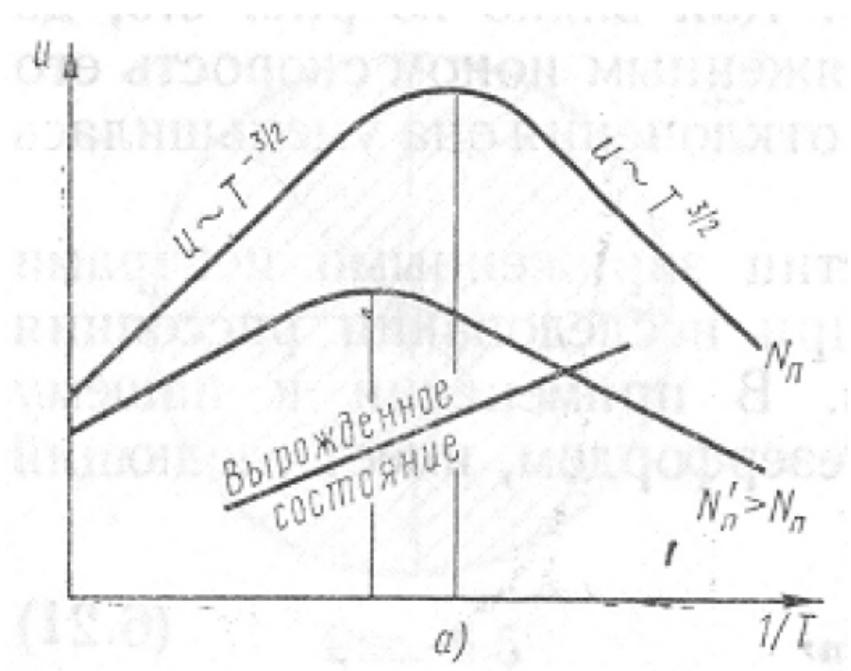
$$\nu \sim v^4 \left(\frac{\varepsilon}{Zq} \right)^2 m$$

Учитывая это соотношение получим, что для невырожденного газа

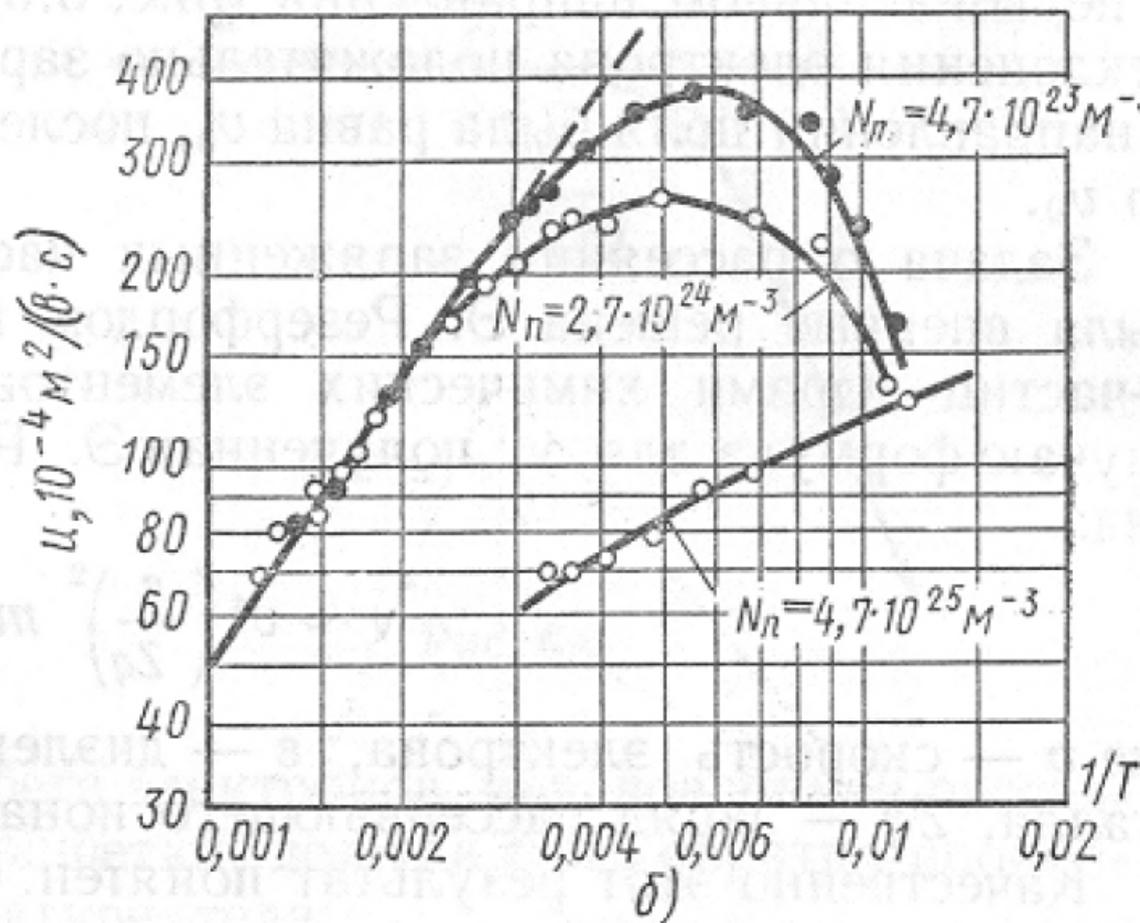
$$b \sim \frac{\langle \nu \rangle \langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle} \sim \langle v \rangle^3 \sim T^{3/2}$$

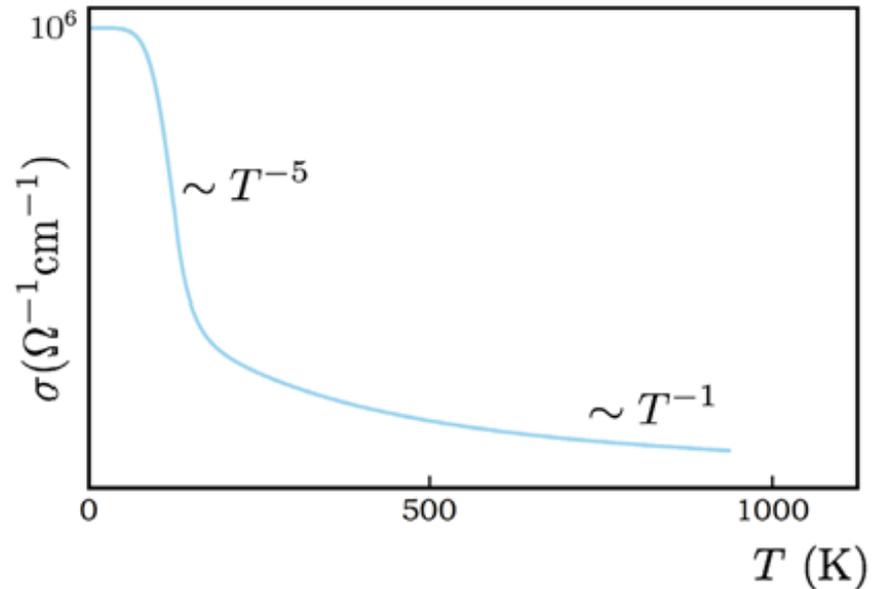
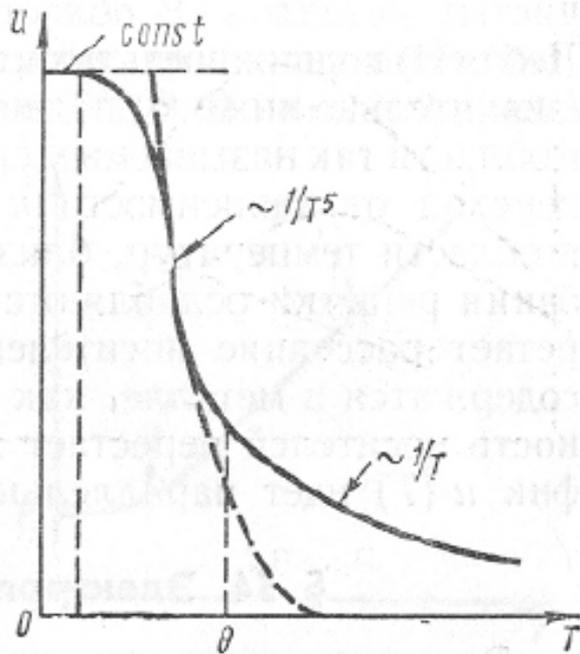
Для вырожденного газа $b \sim \frac{v_F \lambda_F}{v_F} \sim v_F^3 \sim \text{const}$

Таким образом, подвижность носителей заряда при низких температурах ($T < \Theta$), обусловленная рассеянием на ионизированных примесях, пропорциональна $T^{3/2}$ для невырожденного газа и не зависит от T для вырожденного газа.



Кремний с примесями





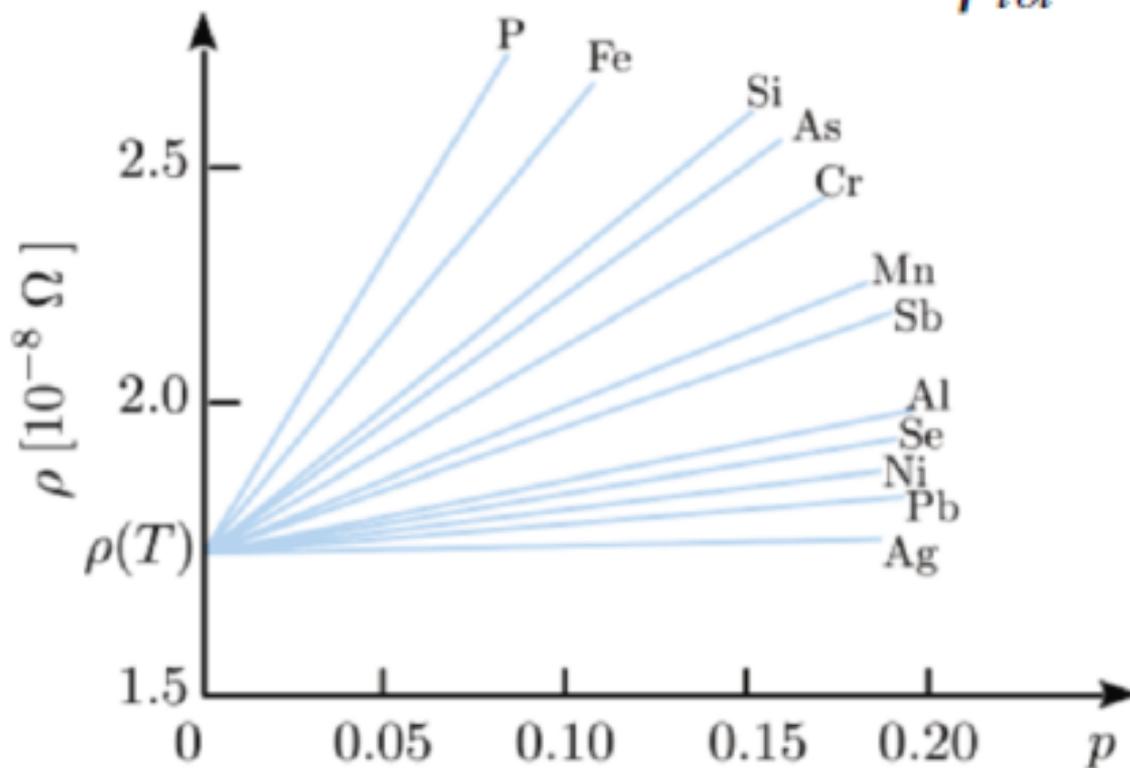
Проводимость металлов. Дана качественная зависимость подвижности носителей заряда и проводимости в металлах. Она имеет степенную зависимость от температуры. Показатель степени зависит от отношения температуры к температуре Дебая.

Электропроводность чистых металлов

- В большинстве металлов носителями зарядов являются электроны. В бериллии, цинке и др. свободными носителями зарядов являются дырки.
- Эксперимент показал, что удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma$ чистых металлов зависит от температуры линейно ($\sim T$) до тех пор, пока $T > \Theta$. Если температура такая, что $T \ll \Theta$, то $\rho \sim T^5$ и при очень низких температурах $\rho \approx \text{const}$.

Удельное сопротивление металлов с примесями

$$\rho_{tot} = \rho_{im} + \rho(T),$$



Вклад примесей в удельное сопротивление зависит от их концентрации. На рисунке зависимость ρ **натрия** от концентрации примесей p .

Отклонения от закона Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$

Из этой формулы очевидно, что $j \sim E$ до тех пор, пока $\sigma = \text{const}$. Для полупроводника

$$\sigma = q(n_e b_e + n_h b_h)$$

Поэтому n и b должны не зависеть от E . Подвижность носителей в невырожденных п/п зависит от их результирующей скорости v :

$$b \sim \frac{\lambda}{v}$$

Результирующая скорость складывается из скорости теплового движения носителей заряда v_0 и дрейфовой скорости v_d : $v = v_0 + v_d$.

Для **слабых полей** $v_0 \gg v_d$. Поэтому $v \approx v_0$ и закон Ома выполняется.

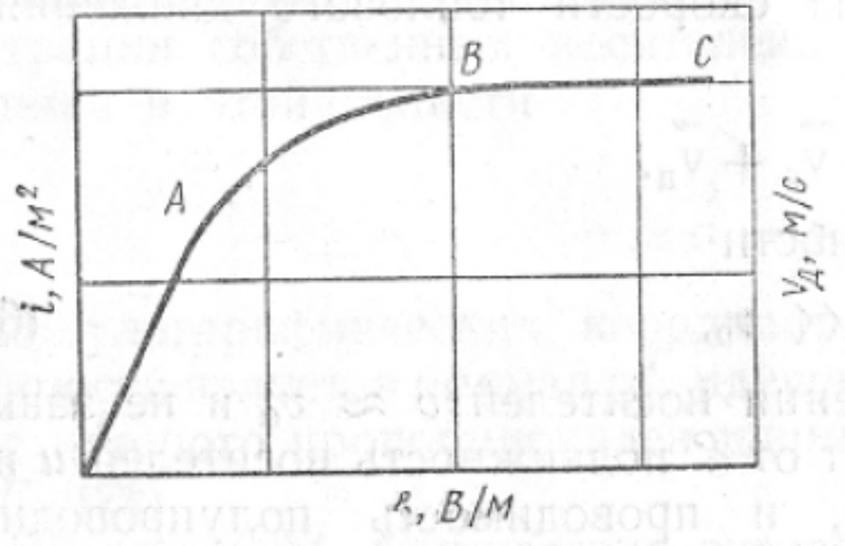
Для **сильных полей** $v_0 \approx v_d$ и, следовательно, v зависит от E (*напряжённости электрического поля*).

Расчёт показывает, что если основной механизм рассеяния - это рассеяние на тепловых колебаниях решётки, то

$$b \sim E^{-1/2}, \quad \sigma = qnb \sim E^{-1/2},$$

$$j = \sigma E \sim E^{1/2}.$$

При ещё более высоких значениях E дрейфовая скорость перестает зависеть от E . Вольтамперная характеристика становится существенно нелинейной (рис.).



$E, \text{ В/м}$

Изменение концентрации носителей заряда под действием сильных полей

- **Термоэлектронная ионизация.** Теорию разработал Френкель. $F = -qE$, $A \sim F\lambda$. Увеличение результирующей скорости электронов – разогрев электронного газа. Электроны называют горячими.

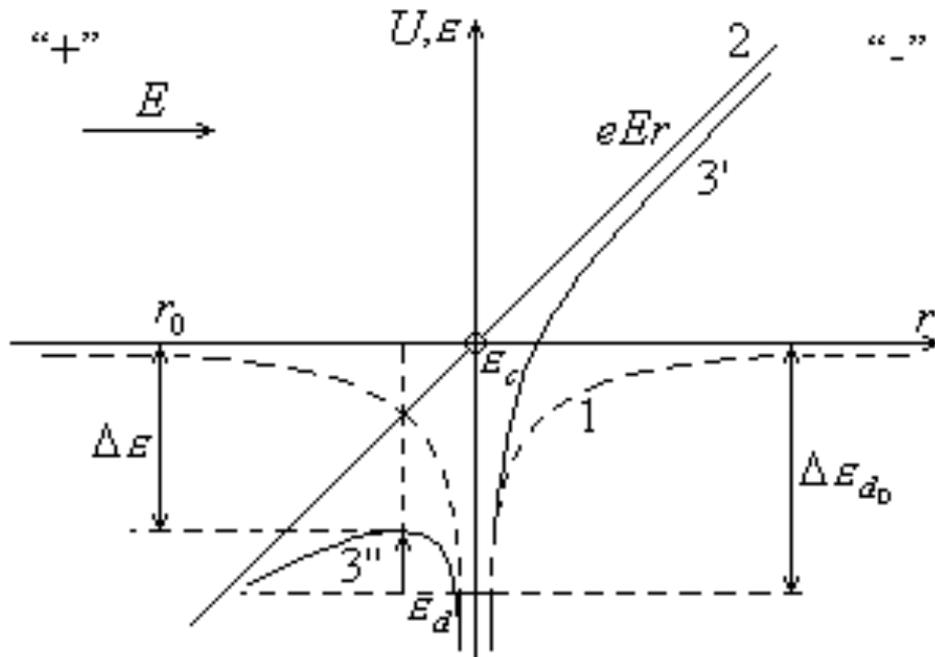
Ударная ионизация. При разогреве электронного газа электроны зоны проводимости могут приобрести энергию, достаточную для ионизации нейтральных атомов и переброски электронов в зону проводимости. Если при этом и сами ионизирующие электроны остаются в зоне проводимости, то концентрация свободных носителей заряда будет лавинно возрастать до тех пор, пока этот процесс не окажется уравновешенным процессом рекомбинации. Такой механизм увеличения количества свободных носителей называется **ударной ионизацией**.

Термоэлектронная ионизация Френкеля

- Эффект термоэлектронной ионизация Френкеля связан с уменьшением в сильных электрических полях энергии ионизации мелких примесей, которые ответственны за равновесную концентрацию носителей заряда. Этот эффект имеет место при низких температурах, когда концентрация неионизированных доноров значительно больше, чем ионизированных. Для определенности будем полагать, что полупроводник имеет мелкие центры донорного типа.

Орбита валентных электронов таких центров охватывает несколько постоянных решеток. Поэтому взаимодействие электрона со своим ионом экранируется связанными зарядами, образующимися в результате поляризации решетки (водородоподобная модель). Тогда потенциальная энергия валентного электрона мелкого донора в отсутствие внешнего электрического поля имеет вид (кривая 1 на рисунке):

$$U_0 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|r|}$$



Энергия ионизации в присутствии внешнего поля равна:

$$\Delta\epsilon_d = \Delta\epsilon_{d_0} - \Delta\epsilon$$

Высота потенциального барьера $\Delta\varepsilon_d$

Очевидно, суммарная потенциальная энергия валентного электрона равна:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon|r|} \pm eE|r|$$

Ищем максимум:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon|r_0|^2} - eE = 0$$

Положение максимума:

$$r_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{\varepsilon_0\varepsilon E}}$$

Глубина: $\Delta\varepsilon = |U|_{r=r_0} = \sqrt{\frac{e^3 E}{\varepsilon_0\varepsilon}}$

Высота: $\Delta\varepsilon_d(E) = \Delta\varepsilon_{d_0} - \sqrt{\frac{e^3 E}{\varepsilon_0\varepsilon}}$

Зависимость концентрации носителей заряда от напряжения

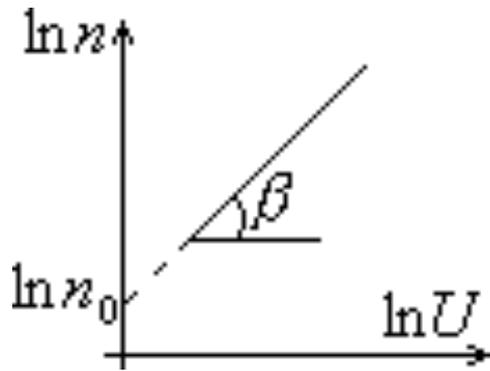
Известно, что $E = \frac{\Delta\varphi}{d}$. Здесь d – толщина п/п-ка.
Концентрация электронов в п/п n -типа равна

$$n_e(E) = N_0 e^{-\Delta\varepsilon_d(E)/(2k_B T)} = N_0 e^{-\Delta\varepsilon_{d0}/(k_B T)} \exp\left(\frac{\sqrt{e^3 E / (\varepsilon_0 \varepsilon)}}{2k_B T}\right)$$

Это можно переписать в следующем виде:

$$n_e(E) = n_0 \exp\left(\frac{\sqrt{e^3 E / (\varepsilon_0 \varepsilon)}}{2k_B T}\right) = n_0 e^{\alpha\sqrt{E}}$$

$$\ln n_e(\Delta\varphi) = \ln n_0 + \alpha\sqrt{\frac{\Delta\varphi}{d}}$$



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{k_{\text{B}} T} \sqrt{\frac{e^3}{\epsilon_0 \epsilon d}}$$

Электростатическая ионизация

- В полях высокой напряженности возможен переход электронов из валентной зоны в зону проводимости также путем туннельного прохождения их через запрещенную зону. Этот эффект называется **эффектом Зинера** или **электростатической ионизацией**. Вероятность туннельного перехода резко увеличивается с ростом напряженности поля и уменьшается с увеличением ширины запрещенной зоны.

Прохождение частиц через потенциальный барьер

- Уравнение Шредингера имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0, \quad x \leq 0,$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}\psi = 0, \quad x \geq 0.$$

Запишем **решение** уравнения Шредингера

$$\psi_1(x \leq 0) = a_1 \exp(ik_1x) + b_1 \exp(-ik_1x), \quad k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar,$$

$$\psi_2(x \geq 0) = a_2 \exp(ik_2x), \quad k_2 = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar.$$

Пусть падающая волна характеризуется вещественной амплитудой a_1 . Из условия непрерывности ψ и ψ' в точке $x=0$ находим

$$b_1 = a_1 \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \quad (1)$$

Коэффициенты отражения R и прозрачности D

Коэффициенты отражения и прозрачности определяются так

$$R = \left| \frac{b_1}{a_1} \right|^2 = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2}$$

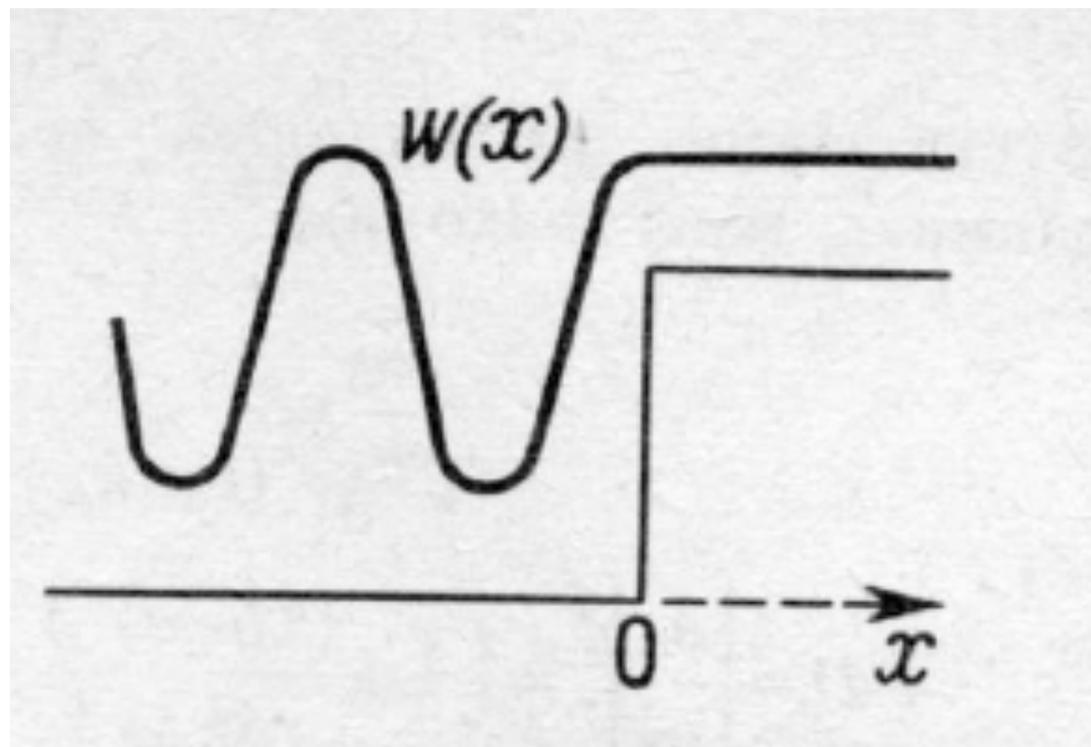
$$D = 1 - R = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

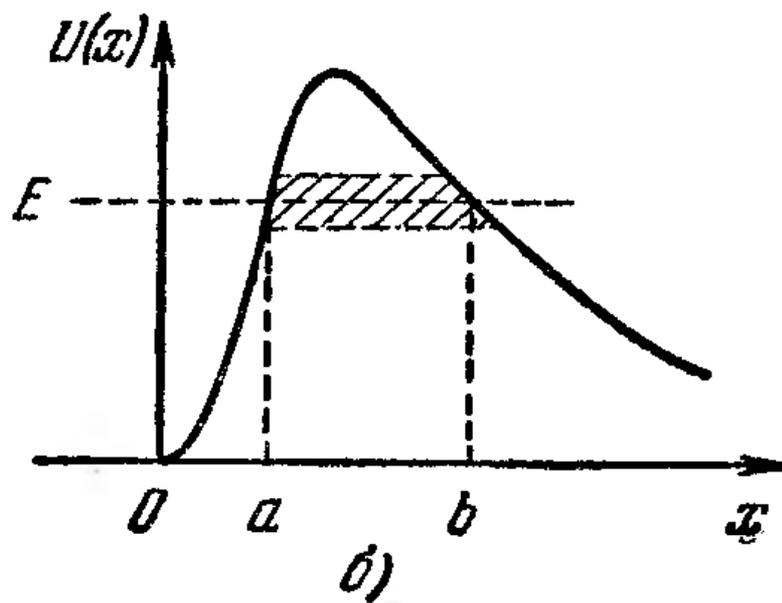
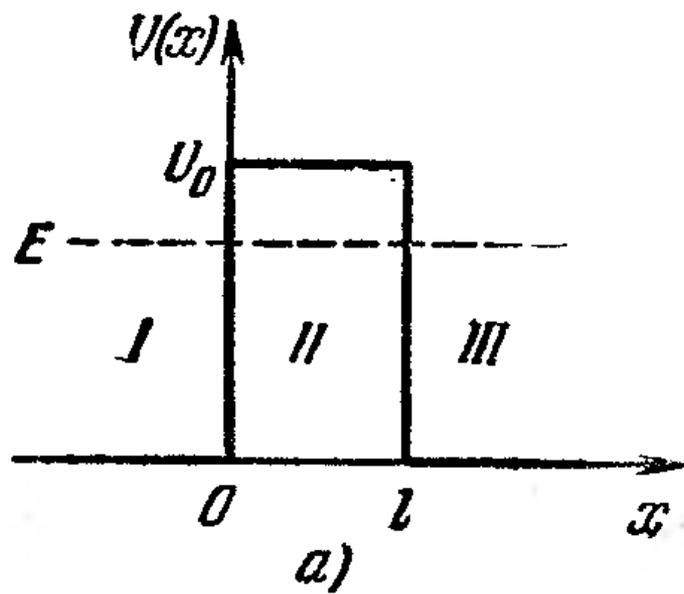
В качестве примера рассмотрим распределение плотности вероятности местоположения частицы $w(x)$ для случая $E=4U_0/3$.

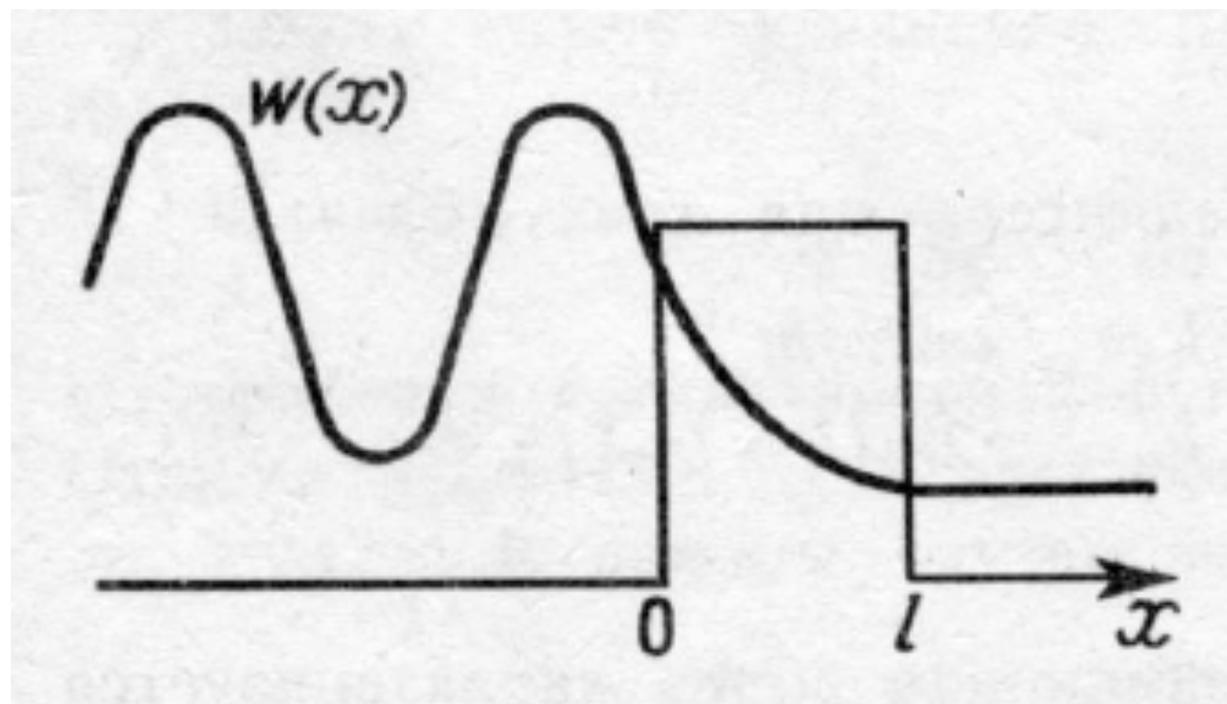
$$w_1(x) = \psi_1^* \psi_1 = \frac{16}{9} a_1^2 \left(1 - \frac{3}{4} \sin^2(k_1 x) \right),$$

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{8mU_0}{3}},$$

$$w_2(x) = \psi_2^* \psi_2 = \frac{16}{9} a_1^2.$$



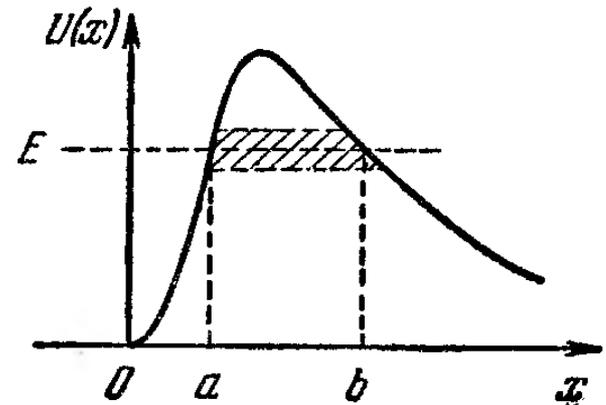




Туннельный эффект

- Аналогичный расчет дает, что в случае потенциального барьера произвольной формы для коэффициента прозрачности получается формула

$$D \approx \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U(x) - E)} dx \right]$$



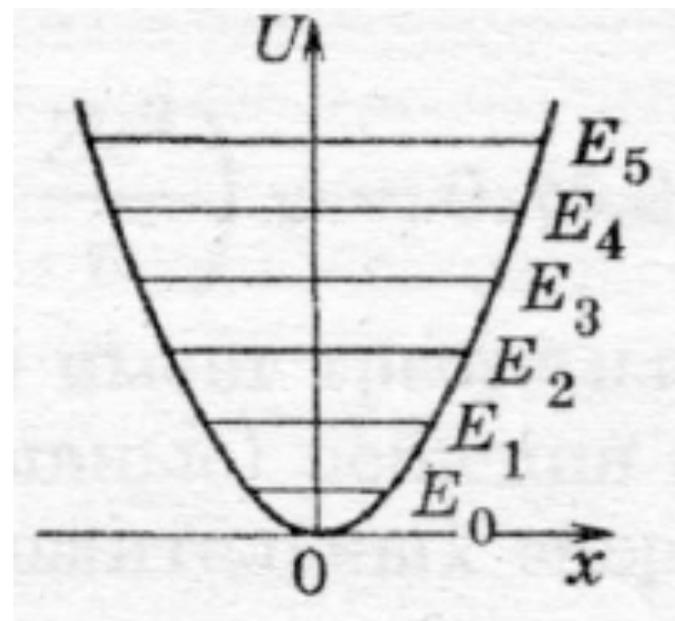
Гармонический осциллятор

- Гармоническим осциллятором называют частицу, совершающую одномерное движение под действием квазиупругой силы $F = -kx$. Потенциальная энергия такой частицы имеет вид

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

- Собственная частота классического гармонического осциллятора равна

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Поэтому потенциальную энергию можно представить в виде

$$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

- Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0$$

Собственные значения энергии и собственные функции гармонического осциллятора имеют вид

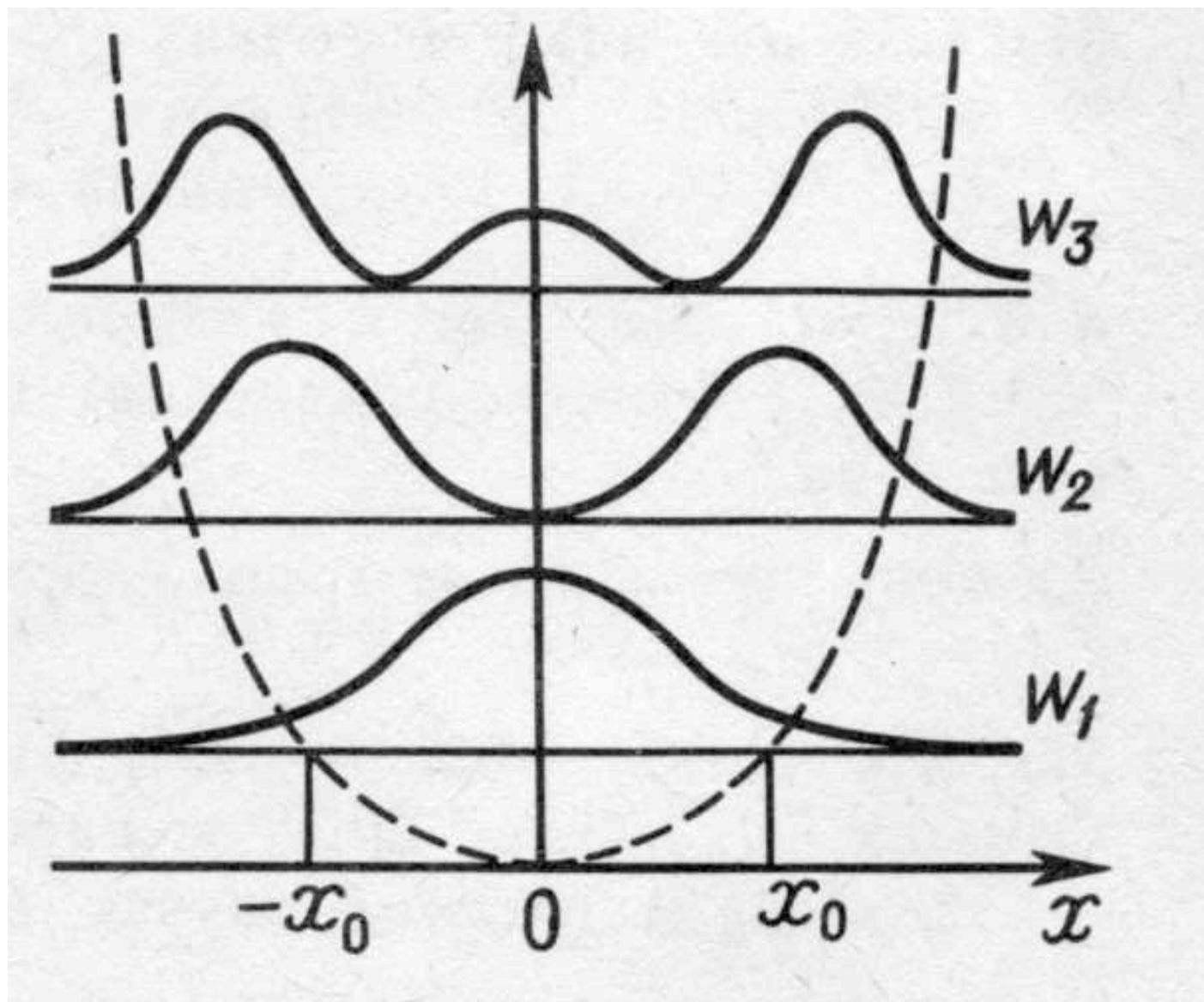
- A_0, A_1, A_2, \dots – нормировочные коэффициенты

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\psi_0 = A_0 \exp(-\alpha^2 x^2 / 2), \quad \psi_1 = A_1 x \exp(-\alpha^2 x^2 / 2),$$

$$\psi_2 = A_2 (2\alpha^2 x^2 - 1) \exp(-\alpha^2 x^2 / 2), \dots$$

$$\alpha^2 = \frac{\sqrt{km}}{\hbar}$$



Уровни энергии гармонического осциллятора являются эквидистантными, т.е. отстоящими друг от друга на одинаковое расстояние

- Наименьшее возможное значение энергии равно

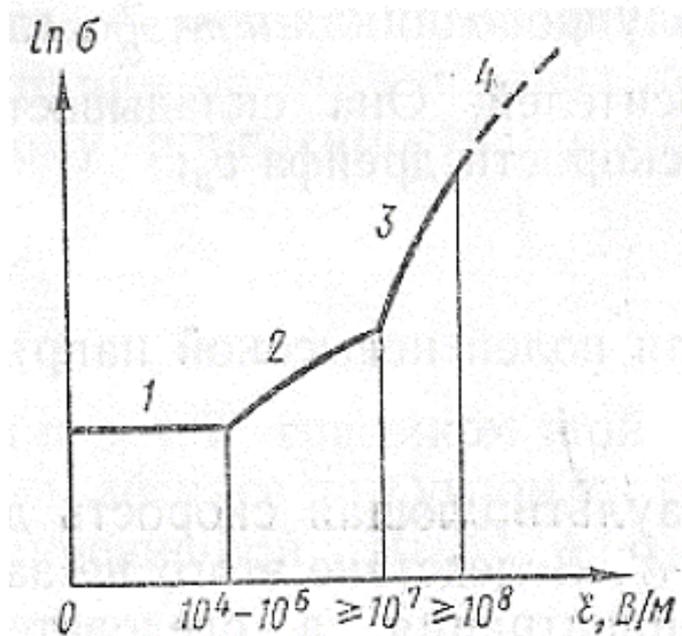
$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$

- Это значение называется нулевой энергией
- Квантовая механика позволяет вычислить вероятности различных переходов квантовой системы из одного состояния в другое.
- Эти дополнительные условия называются правилами отбора.

Лавинный пробой. Это когда процесс рекомбинации не справляется с ударной ионизацией.

- Лавинный пробой в диэлектриках и полупроводниках обусловлен тем, что в сильных электрических полях носители заряда на расстоянии свободного пробега могут приобретать энергию, достаточную для ударной ионизации атомов или молекул. В результате каждого такого удара, с достаточной для ионизации энергией, возникает пара противоположно заряженных частиц, одна или обе из которых начинают участвовать в ударной ионизации. В результате происходит лавинообразное нарастание количества участвующих в ударной ионизации частиц.

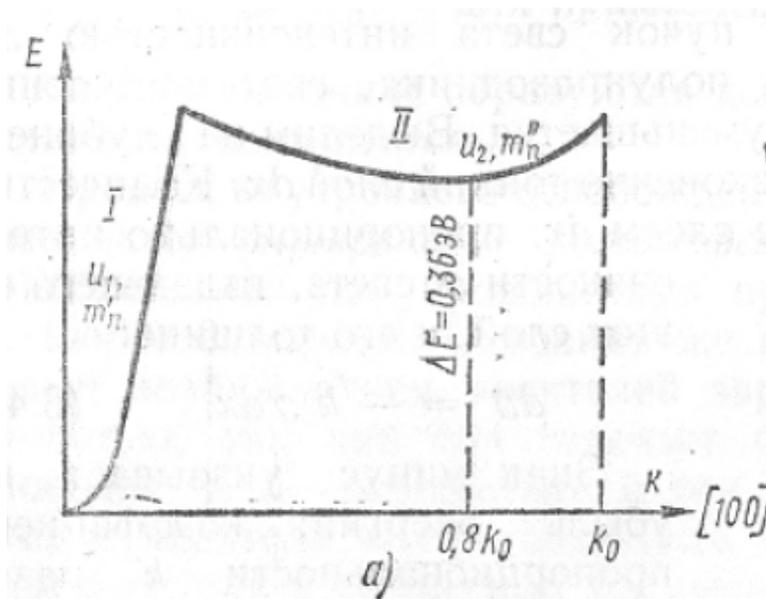
Качественная кривая зависимости электропроводности германия от E



На рис. показана качественная кривая изменения электропроводности германия с повышением напряженности поля (в полулогарифмических координатах) и указаны примерные границы действия указанных механизмов повышения концентрации свободных носителей заряда, приводящие к повышению электропроводности полупроводника (1, 2 — участки Ома и Френкеля; 3, 4 — области электростатической ионизации и пробоя).

Эффект Ганна

- Мы уже показали, что в сильных полях наблюдается явление **дрейфовой нелинейности**: скорость дрейфа не пропорциональна E . В 1963 г. Ганном было открыто интересное свойство дрейфовой нелинейности в арсениде галлия.



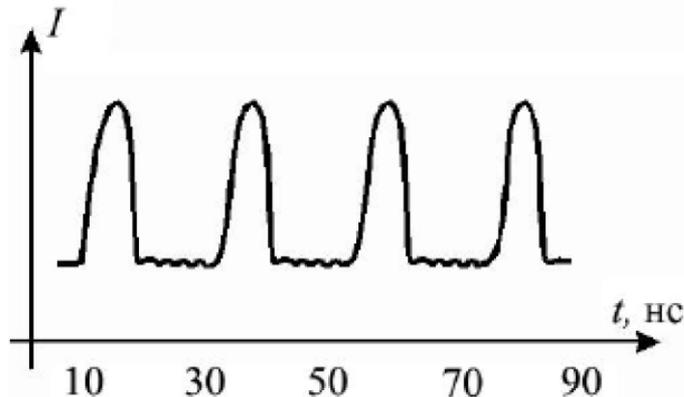
Область	b , В/м ² с	m^*
I	0.5	$0.072m_0$
II	0.01	$1.2m_0$

k_0 – граница ЗБ

Он обнаружил, что когда напряженность электрического поля, приложенного к образцу, (E) превосходит некоторую критическую величину E_c (~ 3 кВ/см для GaAs и ~ 6 кВ/см для InP), в цепи возникают спонтанные колебания тока (рис.). Частота этих колебаний примерно равнялась величине, обратной времени пролета носителей заряда через образец:

$$f = v_d / L,$$

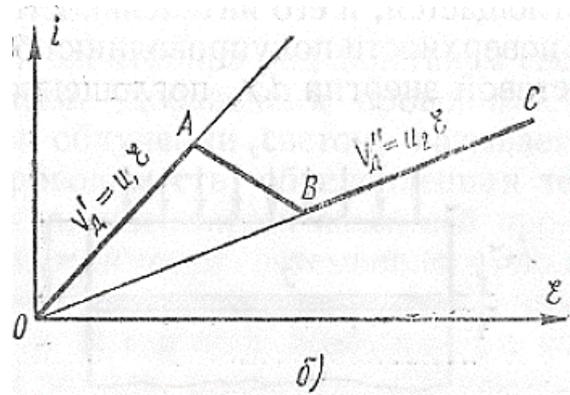
где $v_d = 10^7$ см/с – скорость носителей заряда, L – длина образца.



Зависимость тока от времени для GaAs диода Ганна

Быстрые электроны, находящиеся справа от домена, наоборот, убегают от него, обнажая положительный заряд ионизованных доноров. Таким образом, концентрация электронов в задней части домена превышает концентрацию ионов доноров, а в передней части – наоборот. То есть распределение зарядов в домене представляет собой дипольный слой, а направление электрического поля совпадает с его направлением в остальных частях образца. Тогда напряженность поля в области домена начинает расти и вызывает дальнейшее увеличение междолинных переходов и рост домена. Если напряжение смещения U на образце поддерживается постоянным, то нарастание напряженности поля внутри домена происходит за счет уменьшения напряженности поля в остальных областях

Отрицательная дифференциальная проводимость



$$Y_{diff} = \frac{dI}{dU}$$

$$\sigma_{diff} = \frac{dj}{dE}$$

Появление на ВАХ кристалла арсенида галлия участка с отрицательной дифференциальной проводимостью позволяет конструировать на основе эффекта Ганна генераторы сверхвысокочастотных (СВЧ) колебаний, получивших название *диодов Ганна*.